

## GRANÜLER ORTAMDA AÇIK UÇLU KAZIK PENETRASYONUNUN AYRIK ELEMENLAR YÖNTEMİ İLE MODELLENMESİ

### DISCRETE ELEMENT MODELING OF OPEN ENDED PILE PENETRATION IN GRANULAR MEDIUM

Ahmet Talha GEZGİN<sup>1</sup>, S. Feyza Çinicioğlu<sup>2</sup>, Özer Çinicioğlu<sup>3</sup>

#### ÖZET

Açık uçlu tekil kazıklar özellikle rüzgar türbinlerinin temeli olarak sıklıkla kullanılmaktadır. Bu nedenle, bu tip kazıkların düşey ve yatay yükler altındaki davranışlarının araştırılması büyük önem taşımaktadır. Ayrık elemanlar yöntemi (DEM), zeminlerin tanecikli malzemeler olarak sayısal modellenmesini sağlaması ile bu araştırmalar için güçlü bir ortam sunmaktadır. Bu yöntemin kullanılabilmesi için ilk olarak deney verileriyle doğrulanmış bir DEM modeli oluşturmak gerekmektedir. Dolayısıyla, bu çalışma granüler ortamda açık uçlu kazık penetrasyonunun doğrulanmış bir DEM modeli oluşturma aşamalarını sunmaktadır. Bu doğrultuda, ilk aşamada cam kürelerden oluşan granüler malzeme üzerinde yapılan bir dizi Jenike direkt kesme deneyi doğrulama amacıyla kullanılmıştır. Söz konusu direkt kesme deneyleri DEM ortamında modellenmiş ve bu deneyler ile uyumlu sonuçlar elde edilen tanecik parametreleri belirlenmiştir. Sonraki aşamada, doğrulanmış DEM kesme deneyi modelindeki parametreler kullanılarak, tanecikler içeren silindirik bir hazne ve kazığı temsil eden bir açık uçlu bir çubuk eleman içeren bir DEM modeli oluşturulmuştur. Son aşama olarak ise, hem simülasyon sonuçları hem de hesaplama süresi üzerinde etkisi bulunan temel faktörlerden olan tanecik rijitliği için optimum değerler belirlenmiştir. Tüm bu aşamaların sonucunda, ilerleyen çalışmalarda kullanılmak amacıyla doğrulanmış bir açık uçlu kazık penetrasyonunun DEM modeli oluşturulmuştur.

**Anahtar Kelimeler:** Açık Uçlu Kazıklar, Ayrık Elemanlar Yöntemi (DEM), Jenike Direkt Kesme Deneyi

#### ABSTRACT

Open-ended monopiles are frequently used as foundations for wind turbines. Therefore, it is important to investigate monopile behavior under vertical and horizontal loading. The discrete element method (DEM) provides a powerful tool for such investigation since it allows to numerically model soils as granular materials. However, in this method, it is first necessary to construct a validated DEM model through experimental data. Accordingly, this study presents the steps to create a validated DEM model for open-ended pile penetration in granular media. Firstly, a series of Jenike direct shear tests on assembly of glass beads are used for validation. The tests are simulated in the DEM medium and the parameters that are compatible with the experiments are determined. Then, using the parameters obtained from the validated shear test model, a DEM model, involving a cylindrical chamber that contains particles and a bar element that simulates the pile, is generated. Finally, the optimum value for particle stiffness, which is one of main factors that have an impact

<sup>1</sup> Dr. Öğr. Üyesi, Bursa Uludağ Üniversitesi, [ahmettalhagezgin@uludag.edu.tr](mailto:ahmettalhagezgin@uludag.edu.tr) (Sorumlu yazar)

<sup>2</sup> Prof. Dr., Özyeğin Üniversitesi, [feyza.cinicioğlu@ozyegin.edu.tr](mailto:feyza.cinicioğlu@ozyegin.edu.tr)

<sup>3</sup> Prof. Dr., Boğaziçi Üniversitesi, [ozercinicioğlu@boun.edu.tr](mailto:ozercinicioğlu@boun.edu.tr)

on both simulation results and computation time, was determined. As a result, a DEM model of a validated open-ended pile penetration is created to be used in further studies.

**Keywords:** *Open Ended Piles, Discrete Element Method (DEM), Jenike Direct Shear Test*

## 1. GİRİŞ

Sürdürülebilir enerji kaynakları kullanılarak elektrik üretilmesi için yapılan çalışmalar her geçen gün artmaktadır. Hem karada hem de deniz üstünde inşa edilen rüzgar türbinleri bu çalışmalar arasında önemli yer tutmakla birlikte, yararlanılan rüzgar enerjisi potansiyelinin fazla olması nedeniyle son zamanlarda deniz üstü inşa edilen türbinler daha ön plandadır. Deniz üstü rüzgar türbinleri gerek kendi ağırlıkları gerekse rüzgar, dalga ve deprem gibi dış etkenler sebebiyle statik ve dinamik yüklerle maruz kalmaktadırlar. Bu nedenle, rüzgar türbinleri için tasarlanan temel sistemlerinin maruz kalabilecekleri tüm bu yükler altında stabiliteelerini koruyabilmeleri büyük önem arz etmektedir. Özellikle sığ deniz seviyelerinin bulunduğu bölgelerde, rüzgar türbinleri için temel sistemi olarak tekil kazıklar kullanılmaktadır (Gavin vd., 2011). Kolay yerleşimleri nedeniyle deniz üstü rüzgar türbini temeli olarak tasarlanan tekil kazıkların açık uçlu olması ayrıca tercih edilmektedir. Açık uçlu kazıklar zemine yerleşimleri sırasında iç kısımları ile zemin arasında oluşan sürtünme ve uç teması oluşmaması nedeniyle kazık uçlu kazıklardan farklı davranışlar sergilemektedirler. Bu durum, açık uçlu kazıkların düşey ve yatay yükler altındaki davranışlarının ayrıca araştırılması gerekliliğini ortaya koymaktadır.

Açık uçlu tekil kazık davranışlarının ve zemin – kazık etkileşiminin araştırılması için tercih edilen yöntemlerden biri de ayırık elemanlar yöntemidir (DEM). DEM, zeminlerin doğası gereği sahip oldukları tanecikli yapıda modellenmesine olanak sağlaması açısından diğer sayısal analiz yöntemlerine karşı önemli avantajlar sunan bir yöntemdir. Cundall ve Strack (1979) tarafından geliştirilen bu yöntemin çalışma prensibi Newton'un ikinci yasasının ve basit temas yasalarının uygulanmasına dayanmaktadır. Bu durum, sonlu elemanlar yönteminde (FEM) var olan bünye modellerine olan ihtiyacı ortadan kaldırmaktadır. Ayrıca, DEM zemin davranışlarının hem makro hem de mikro ölçekte gözlemlenmesine olanak sağlamaktadır. Bu nedenle DEM, birçok geoteknik araştırma alanında olduğu gibi, açık uçlu kazıklar üzerine yapılan birçok çalışmada tercih edilmiştir (Guo vd., 2020; Liu vd., 2019; Zhu vd., 2021).

DEM yönteminin kullanılması öncesinde, belirlenen parametrelere sahip modellerden elde edilen sonuçların gerçekçi olup olmadığını göstermek için önerilen modelin doğrulanması gerekmektedir. Bu doğrultuda, önerilen modelleme parametrelerini doğrulamak için daha önce yapılmış deney veya sayısal analiz sonuçları kullanılmaktadır (Müller vd., 2009; Grima ve Wypych, 2011; Mack vd., 2011; Gezgin vd., 2021). DEM yöntemi kullanımında gerekli uygulamalardan biri de seçilen parametrelerin optimizasyonunun sağlanmasıdır. Bu yöntemin en önemli dezavantajlarından biri yüksek sayıda tanecik içermesinden kaynaklı uzun hesaplama süreleridir. Bu sürenin sonuçları etkilemeyecek seviyede azaltılması yöntemin uygulanabilirliği açısından büyük önem taşımaktadır (Lommen vd., 2014; Gezgin vd., 2022a; Gezgin vd., 2022b).

Bu doğrultuda, ilerleyen çalışmalarda kullanılmak üzere, granüler ortamda açık uçlu kazık penetrasyonu için üç boyutlu bir DEM modeli oluşturulması amaçlanmıştır. Bu çalışma kapsamında tüm modellemeler ticari DEM yazılımı olan Altair EDEM (2022) kullanılarak yapılmıştır. Çalışma sonunda, deney verileriyle doğrulanmış ve sonuçların tanecik rijitliğinden bağımsız olduğu en düşük hesaplama süresini sağlayan bir DEM modeli elde edilmiştir.

## 2. KESME DENEYİ İÇİN DOĞRULANMIŞ DEM MODELİNİN ELDE EDİLMESİ

Çalışmanın bu kısmında direkt kesme deney sonuçları kullanılarak doğrulanmış bir DEM modeli elde etmek amaçlanmıştır. Bu doğrultuda, Härtl ve Ooi (2008) tarafından gerçekleştirilen deneylerin sonuçları kullanılmıştır. Söz konusu deneylerde; çapı 143 mm, alt ve üst halka yükseklikleri ise sırasıyla 19 mm ve 24 mm olan silindirik bir hücreye sahip bir Jenike kesme deneyi cihazı kullanılmıştır. Silindirik hücre 6 mm çapında küresel cam boncuklar kullanılarak farklı yöntemlerle (merkezi, yağmurlama ve sıkıştırma) granüler malzemeler hazırlanmıştır (Härtl ve Ooi, 2008). Hazırlanan granüler malzemeler üzerinde dört farklı normal gerilme (3,1 kPa, 6,4 kPa, 12,5 kPa ve 24,2 kPa) altında kesme deneyleri gerçekleştirilmiştir.

Bu çalışma kapsamında, Härtl ve Ooi (2008) tarafından uygulanan numune hazırlama yöntemlerinden yağmurlama yöntemi tercih edilmiş ve bu yöntemin kullanıldığı eldeki deney verilerinden yararlanılarak DEM modeli oluşturulmuştur. DEM modelinin hazırlanmasında Härtl ve Ooi (2008)'nin önerdiği parametreler kullanılmıştır (Tablo 1).

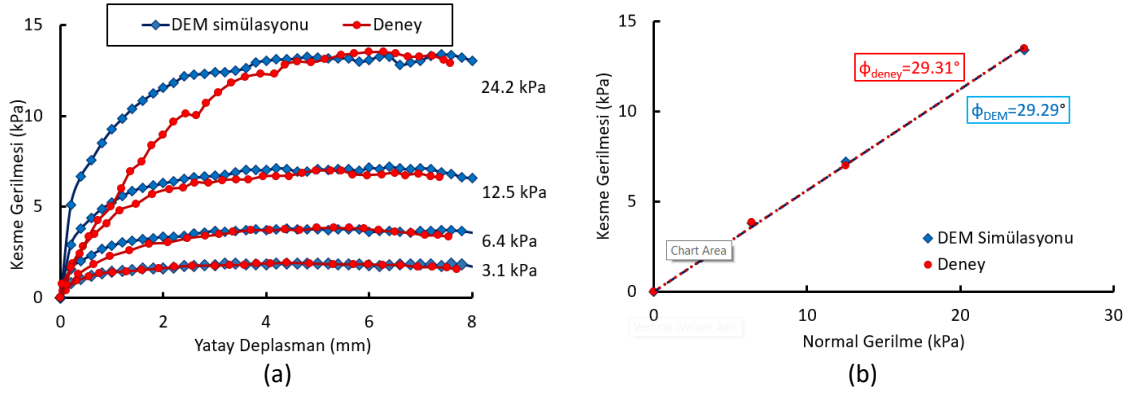
Tablo 1. DEM model parametreleri

Tanecik özellikleri	Değer
Tanecik yoğunluğu (kg/m <sup>3</sup> )	2550
Tanecik kesme modülü (MPa)	167
Tanecik Poisson oranı (-)	0,22
Tanecikler arası sürtünme katsayısı (-)	0,2
Tanecik ve hücre halkaları arasındaki sürtünme katsayısı (-)	0,13
Sıçrama katsayısı (-)	0,87
Yuvarlanma katsayısı (-)	0

Modelin oluşturulması sırasında yağmurlama yöntemi ile hazırlanan numuneler için hesaplanan yükleme öncesi porozite değerine ( $n=0,4$ ) ulaşabilmek amacıyla, silindirik hücrenin dolum aşamasında tanecikler arası statik sürtünme katsayısı Härtl ve Ooi (2008) tarafından önerildiği gibi 0,05 olarak girilmiştir. Yükleme ve kesme aşamalarında ise Tablo 1'de gösterildiği gibi katsayı 0,2 değerine yükseltilmiştir. Üst ve alt plakaların yüksek seviyede pürüzlülüğe sahip olması için plaka malzemeleri ile tanecikler arasındaki sürtünme ve yuvarlanma katsayıları 0,9 olarak girilmiştir. DEM modelinin hazırlanması sırasında kesme deneylerinden farklı seçilen parametrelerden biri de taneciklerin kesme modülüdür. Deneyde kullanılan cam boncukların kesme modülü 16,7 GPa olarak belirlenmiştir (Härtl ve Ooi, 2008). Bununla birlikte, atanan tanecik kesme modülü değerleri DEM analizlerindeki hesaplama süresini yüksek oranda etkilemektedir (Gezgin vd., 2022a). Bu nedenle, Härtl ve Ooi (2008)'nin sonuçları etkilemediğini ortaya koyduğu 167 MPa değeri tanecik kesme modülü olarak Tablo 1'de gösterildiği üzere seçilmiştir.

Numune hazırlık aşaması sonrasında, seçilen normal gerilmeyi oluşturacak yük üst plakaya uygulanmış, Janda ve Ooi (2016) tarafından önerildiği gibi, taneciklerin kinetik enerjilerinin potansiyel enerjilerinin  $10^{-4}$ 'ünden daha az olduğu zamana kadar uygulanan yük altında yerleşmesine izin verilmiştir. Taneciklerin yerleşme sürecinin tamamlanmasının ardından, 2 mm/s sabit hız ile hücrenin alt halkası ve alt plaka hareket ettirilmiş ve halkalar arası bölgede yer alan numunede kesmenin gerçekleşmesi sağlanmıştır. Härtl ve Ooi (2008) 10 mm/s hıza kadar sonuçların etkilenmediğini belirtmiş olsalar da güvenli tarafta kalınarak daha düşük bir kesme hızı seçilmiştir.

DEM simülasyonlarında dört farklı normal gerilme seviyesi için granüler malzemenin kesmeye karşı verdiği tepkiler Härtl ve Ooi (2008) tarafından gerçekleştirilen deney sonuçları ile karşılaştırılmıştır (Şekil 1a). Nihai kesme gerilmeleri için simülasyon ve deney arasındaki karşılaştırma iyi bir niceliksel uyum göstermektedir. Bununla birlikte, tanecik sertliğinin 100 kat azaltılmasına rağmen yine de simülasyonların deneylerden daha yüksek bir başlangıç rijitliği ürettiği görülmektedir. DEM'in fiziksel deneylerden daha sert bir kesme tepkisi ürettiği gerçeği önceki araştırmacılar tarafından da bulunmuştur (O'Sullivan vd., 2004; Härtl ve Ooi, 2008). Dört farklı seviyede normal gerilmeler ve bu gerilmeler altında elde edilen kesme gerilmeleri kullanılarak, deney ve simülasyon sonuçlarına göre içsel sürtünme açıları belirlenmiş ve sonuçların büyük bir uyum sergiledikleri Şekil 1b'de gösterilmiştir. Bu sonuçlarla birlikte, kullanılan DEM simülasyon parametrelerinin doğrulanma aşaması tamamlanmıştır.

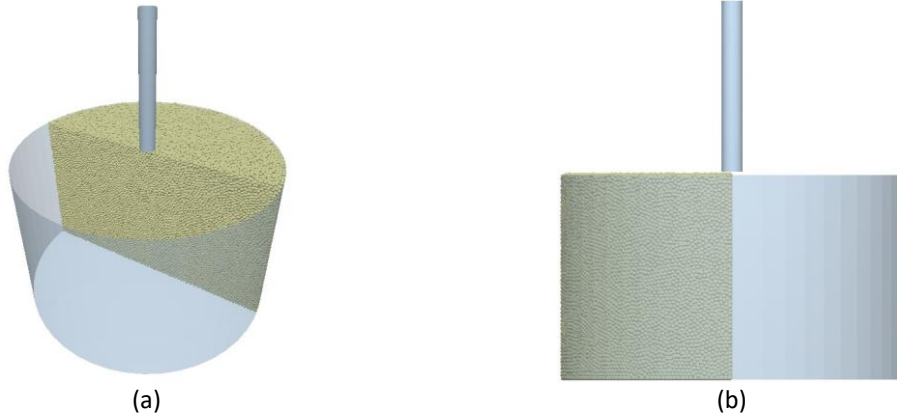


Şekil 1. Deneyle DEM simülasyonları için karşılaştırma (a) kesme tepkisi (b) içsel sürtünme açısı

### 3. AÇIK UÇLU KAZIK PENETRASYONUNUN DEM YÖNTEMİYLE MODELLENMESİ

#### 3.1. DEM Modelinin Oluşturulması

Çalışmanın bu kısmında, kesme deneyinin DEM simülasyonu vasıtasıyla doğrulanmış parametreler kullanılarak hazırlanan açık uçlu kazık penetrasyonunu temsilen oluşturulan DEM modeli sunulmuştur. Model, tanecikler içeren silindirik bir hazne ve kazığı simüle eden açık uçlu bir çubuk eleman içermektedir (Şekil 2). Şekil 2’de gösterildiği üzere, haznenin sadece yarısı doldurulmuştur. Numunenin belli bir oranının kullanılması DEM modellemelerinde hesaplama süresini azaltmak için sıkça tercih edilen bir yöntemdir (McDowell vd., 2012; Gezgin vd., 2022b). Hesaplama süresinin azaltılması için uygulanan bu yöntem, kazık penetrasyonunun aksel simetrik bir problem olması sebebiyle zemin-kazık etkileşiminin nicel gözleminde olumsuz bir etki teşkil etmemektedir (McDowell vd., 2012). Numunenin daha küçük kısımlarının dikkate alınması mümkün olmasına rağmen, ilerleyen çalışmalarda açık uçlu kazıkların yatay yükler altındaki davranışının incelenmesinin amaçlanması nedeniyle sisteminin yarısının kullanılması uygun görülmüştür.



Şekil 2. Açık uçlu kazık penetrasyonu DEM modelinin görünümü (a) üç boyutlu (b) iki boyutlu

Model haznenin ve model kazığın boyutları Tablo 2’de verilmiştir. Hazne çapının kazık çapına oranı 16,67’dir. Bu çap oranı Falagush vd. (2015) ile Gezgin vd. (2022a)’nin çalışmalarını takiben seçilmiştir. DEM numuneleri yağmurlama yöntemi kullanılarak oluşturulmuştur. Yağmurlama yöntemi, taneciklerin yerçekiminin etkisi altında sabit bir yükseklikten ve sabit bir hızda hazneye düşerek yerleşmesini içermektedir.

Tablo 2. Açık uçlu kazık penetrasyonu DEM modelinin boyut özellikler

Boyut	Değer
Haznenin çapı (mm)	500
Haznenin yüksekliği (mm)	300
Kazık iç çapı (mm)	30

---

Kazık gömülme derinliği (mm)	150
------------------------------	-----

---

Açık uçlu çubuk eleman ile tanecikler arasındaki sürtünme katsayısı, doğrulanmış direkt kesme deney simülasyonunda tanecikler ile çelik hücrenin halkaları arasındaki gibi 0,13 olarak ayarlanmıştır. Granüler bir ortama yarı statik penetrasyon için penetrasyon hızı ( $\vartheta_{\text{penetrasyon}}$ ), 6mm çapında tanecikler için Eşitlik (1) kullanılarak 34 mm/s olarak hesaplanan üst sınır hızından ( $\vartheta_c$ ) daha az olmalıdır.

$$\vartheta_c = \sqrt{2gd_p}/10 \quad (1)$$

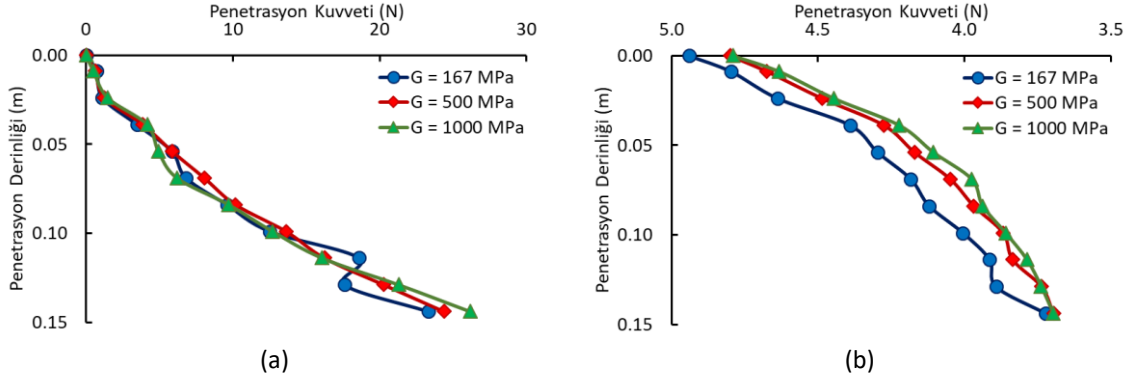
Burada  $d_p$  tanecik çapı,  $g$  ise yerçekimi ivmesidir. Bu çalışmada penetrasyon hızı 25 mm/s olarak seçilmiştir.

### 3.2. Penetrasyon Verilerinin Düzenlenmesi

Çalışma kapsamında gerçekleştirilen penetrasyon simülasyonlarından elde edilen verilerin derinlikle değişimi yüksek seviyede anlık dalgalanmaları içermektedir. Bunun nedeni, DEM analizlerinde zaman adımlarının önemli ölçüde küçük olması sonucunda deneysel çalışmalara kıyasla çok yüksek oranda veri toplanmasına neden olmasıdır (Gezgin vd., 2022a). Bu nedenle, Janda ve Ooi (2016)'nin önerisi doğrultusunda penetrasyon verileri üzerinde zamansal bir ortalama alma işlemi gerçekleştirilmiştir. Bu doğrultuda, her 5 saniye içinde işlenen verilerin ortalaması alınarak tek bir veri şeklinde sunulmuştur.

### 3.3. Optimum Tanecik Rijitliğinin Belirlenmesi

DEM simülasyonlarında taneciklerin kesme modüllerinin artması analiz süresinde de artışa sebep olmaktadır. Bu nedenle, DEM analizlerinde düşük kesme modülü kullanılması hesaplama sürelerinin azaltılması için tercih edilen yöntemlerden biridir (Malone ve Xu, 2008). Fakat, aşırı yumuşak taneciklerin granüler malzeme davranışı üzerinde istenmeyen etkileri olabilmektedir. Bu durum, gerçekçi granüler malzeme tepkisinden sapmaya neden olmayan minimum tanecik sertliğinin belirlenmesini gerektiren bir optimizasyon problemi ortaya çıkarmaktadır. Kesme deneyi için doğrulanmış DEM modeli oluşturulması sırasında cam küreler için kesme modülü olarak ayarlanan 167 MPa değerinin sonuçlar üzerinde olumsuz etki oluşturmadığı Şekil 1'de gösterilmiştir. Bununla birlikte, DEM simülasyonlarında kullanılabilecek minimum tanecik rijitlik büyüklüğü simüle edilen probleme özgüdür ve dikkate alınan mekanizmaya bağlı olarak değişebilmektedir (Lommen vd., 2014). Bu nedenle penetrasyon problemi için yeterli tanecik sertliğinin belirlenmesi için üç farklı kesme modülü değeri (167 MPa, 500 MPa ve 1000 MPa) ayarlanarak üretilen taneciklerden oluşan granüler malzemeler modellenmiştir. Taneciklere ait kesme modülü değerleri dışındaki tüm parametreler sabit tutulmuştur. Farklı sertlikte taneciklerin üretildiği modeller için karşılaştırmalar çoklu ölçekli yapılmıştır. Makro ölçekteki karşılaştırma toplam penetrasyon dirençleri üzerinden gerçekleştirilmiştir (Şekil 3a). Mikro ölçekte karşılaştırma için ise, kazık iç bölgesindeki ortalama koordinasyon sayılarından yararlanılmıştır (Şekil 3b). Koordinasyon sayısı, tanecikli bir numune içindeki temas yoğunluğu hakkında bilgi veren mikro ölçekli bir göstergedir ve tanecik başına ortalama temas sayısı olarak tanımlanır. Her iki ölçek için karşılaştırma sonuçları Şekil 3'te gösterilmiştir. Şekil 3a penetrasyon direnci açısından önemli derecede bir fark olmadığını göstermektedir. Bu durum, kesme simülasyonunda kullanılan kesme modülü değerinin yeterli olduğunu göstermektedir. Bununla birlikte, penetrasyon derinliği ile ortalama koordinasyon sayısı değişimleri karşılaştırıldığında, 167 MPa değerinin sonuçları etkileyecek ölçüde düşük olduğu görülmektedir. 500 MPa ile 1000 MPa değerlerin kullanıldığı modellerin sonuçları arasında ise yeterli seviyede uyum olduğu gözlemlenmiştir. Sonuç olarak bu makro ve mikro ölçekteki karşılaştırmalar gösteriyor ki, tanecik kesme modülü olarak 500 MPa değerinin ayarlanması penetrasyon problemi için tanecik sertliğini sağlamaktadır. Elde edilen bu sonuç, Gezgin vd. (2022a) çalışmasının sonuçları ile de uyum göstermektedir.



Şekil 3. Tanecik kesme modülünün penetrasyon verileri üzerindeki etkisi (a) toplam penetrasyon direnci (b) kazık iç kısmını içeren bölgedeki ortalama koordinasyon sayısı

#### 4. SONUÇLAR

Bu çalışmada, granüler ortamda açık uçlu kazık penetrasyonunun DEM modeli elde edilmiştir. Bu kapsamda ilk olarak, cam boncuklardan oluşan granüler malzeme üzerinde gerçekleştirilen kesme deneyleri DEM yöntemiyle modellenmiştir. Deneylerden elde edilen veriler ile uyumlu sonuçları sağlayacak model parametreleri belirlenmiş ve doğrulanmış DEM simülasyonu tanımlanmıştır. Sonraki aşamada, tanımlanan DEM modelinde belirtilen tanecik parametreleri kullanılarak açık uçlu kazık penetrasyonu DEM yöntemiyle modellenmiştir. Oluşturulan DEM modelinin boyut parametreleri literatürde yapılan çalışmalara uygun şekilde belirlenmiştir. Seçilen penetrasyon hızının belirlenmesinde yarı statik penetrasyon üst limit hızı dikkate alınmıştır. Tanecik sertliği modellenen problem mekanizmasına bağlı olduğu için kesme deneyi simülasyonunda uygun sonuç veren tanecik kesme modülü değeri penetrasyon problemi için de denenmiştir. Yapılan karşılaştırmalar neticesinde öncesinde belirlenen tanecik sertlik seviyesinin penetrasyon probleminin simülasyonu için yeterli olmadığı gözlemlenmiş olup, kesme modülü sonuçları etkilemeyecek bir mertebeye kadar yükseltilmiştir.

#### TEŞEKKÜR

*Yazarlar, bu çalışmayı 118C564 numaralı proje ile destekleyen Türkiye Bilimsel ve Araştırma Kurumu (TÜBİTAK)'na teşekkür ederler.*

#### KAYNAKLAR

- Altair EDEM (2022), Altair Engineering.
- Cundall, P. A. ve Strack, O. D. L. (1979), "A Discrete Numerical Model for Granular Assemblies", *Géotechnique*, Vol 29(1), 47-65.
- Falagush, O., McDowell, G. R., Yu, H. S., ve de Bono, J. P. (2015), "Discrete Element Modelling and Cavity Expansion Analysis of Cone Penetration Testing", *Granular Matter*, Vol 17, 483-495.
- Gavin, K., Igoe, D., ve Doherty, P. (2011), "Piles for Offshore Wind Turbines: A State-of-the-Art Review", *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Geotechnical Engineering*, Vol 164(4), 245-256.
- Gezgin, A. T., Soltanbeigi, B., Altunbas, A., ve Cinicioglu, O. (2021), "Multi-Scale Investigation of Active Failure for Various Modes of Wall Movement", *Frontiers of Structural and Civil Engineering*, Vol 15, 961-979.
- Gezgin, A. T., Soltanbeigi, B., ve Cinicioglu, O. (2022a), "Discrete-Element Modelling of Pile Penetration to Reveal Influence of Soil Characteristics", *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Geotechnical Engineering*, 175(4), 365-382.
- Gezgin, A. T., Soltanbeigi, B. ve Çinicioğlu, Ö. (2022b), "Ayrık Elemanlar Yöntemi Hesaplama Süresini Azaltma Teknikleri: Granüler Zeminlerde Penetrasyon Modellemesi", *Zemin Mekaniği Ve Geoteknik Mühendisliği Onsekizinci Ulusal Kongresi, Erciyes Üniversitesi, Kayseri*, 347-359.
- Grima, A. P., ve Wypych, P. W. (2011), "Development and Validation of Calibration Methods for Discrete Element Modelling", *Granular Matter*, Vol 13(2), 127-132.

- Guo, Y., Dong, S., Li, J., ve Yu, X. (2020), "Numerical and Experimental Study on Soil Plug Resistance of Open-Ended Pipe Pile with a Restriction Plate", *Advances in Civil Engineering*, Vol 2020, 1-14.
- Härtl, J., ve Ooi, J. Y. (2008), "Experiments and Simulations of Direct Shear Tests: Porosity, Contact Friction and Bulk Friction", *Granular Matter*, Vol 10, 263-271.
- Janda, A., ve Ooi, J. Y. (2016) "Dem Modeling of Cone Penetration and Unconfined Compression in Cohesive Solids", *Powder Technology*, Vol 293, 60-68.
- Liu, J., Duan, N., Cui, L., ve Zhu, N. (2019), "DEM Investigation of Installation Responses of Jacked Open-Ended Piles", *Acta Geotechnica*, 14, 1805-1819.
- Lommen, S., Schott, D., ve Lodewijks, G. (2014), "DEM Speedup: Stiffness Effects on Behavior of Bulk Material", *Particuology*, Vol 12, 107-112.
- McDowell, G. R., Falagush, O, ve Yu, H. S. (2012), "A Particle Refinement Method for Simulating DEM of Cone Penetration Testing in Granular Materials", *Geotechnique Letters*, Vol 2(3), 141-147.
- Mack, S., Langston, P., Webb, C., ve York, T. (2011), "Experimental Validation of Polyhedral Discrete Element Model" *Powder Technology*, Vol 214(3), 431-442.
- Malone, K. F. ve Xu, B. H. (2008), "Determination of Contact Parameters for Discrete Element Method Simulations of Granular Systems", *Particuology*, Vol 6(6), 521-528.
- Müller, C. R., Scott, S. A., Holland, D. J., Clarke, B. C., Sederman, A. J., Dennis, J. S., ve Gladden, L. F. (2009), "Validation of a Discrete Element Model Using Magnetic Resonance Measurements", *Particuology*, Vol 7(4), 297-306.
- O'Sullivan, C., Cui, L., ve Bray, J. D. (2004), "Three-Dimensional Discrete Element Simulations of Direct Shear Tests", *Numerical Modeling in Micromechanics via Particle Methods*, 373-382.
- Zhu, N., Cui, L., Liu, J., Wang, M., Zhao, H., ve Jia, N. (2021), "Discrete Element Simulation on the Behavior of Open-Ended Pipe Pile Under Cyclic Lateral Loading", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol 144, 106646.