

TEMİZ KUMLARDA DİNAMİK YÜKLEME SONUCU AŞIRI BOŞLUK SUYU BASINCI ORANI DEĞİŞİMİNİN LSTM SİNİR AĞI İLE TAHMİN EDİLMESİ

PREDICTING EXCESS PORE WATER PRESSURE RATIO VARIATION IN CLEAN SANDS CAUSED BY DYNAMIC LOADING WITH LSTM NEURAL NETWORK

Ömer Tuğşad BİRİNCİ¹, Mehmet Barış Can ÜLKER², Gülşen TAŞKIN³

ÖZET

1964 Niigata depreminden sonra zemin dinamiği üzerine olan araştırmaların yoğunlaştığı zemin sıvılaşması için oldukça fazla miktarda teorik bünye modelleri geliştirilmiştir. Ancak bu modeller genellikle ya karmaşık teorik altyapıya sahiptirler ya da her zemin türü ya da yükleme koşulu için geçerli değildirler. Bu bildirinin konusu, sıvılaşma davranışının modellenebilmesi için gerçek deney verileri kullanarak makine öğrenmesi tabanlı yeni bir bünye modeli geliştirmeye yönelik ilgili altyapıyı oluşturmaktır. Laboratuvarında zemini tekrarlı yüklemeye maruz bırakarak boşluk suyu basıncı değişimi ve gerilme-şekil değiştirme ilişkisi ölçülür. Böylece, zeminin sıvılaşmaya giden tekrarlı gerilme çevrimlerindeki davranışı ve hangi çevrimde sıvılaşacağı belirlenir. Çalışmada dört farklı kaynaktan toplamda 158 adet Dinamik Basit Kesme Deneyi (DBKD) verisi toplanmıştır. Zeminle ilgili başlangıç göreceli sıklığı (D_r), yükleme çevrimi sayısı (N), çevrimsel gerilme oranı (CSR) ve düşey basınç (σ_v) değerleri girdi; boşluk suyu basıncı artışı oranı (r_u) ise çıktı olarak alınarak, bir yapay sinir ağı modeli oluşturulmuştur. Uzun-kısa süreli bellek (LSTM) adlı yinelemeli sinir ağı kullanan ve deney verilerinin Pencereleme (Windowing) yöntemi ile ifade edildiği bu modelin boşluk suyu basıncı artışını tahmin konusunda kayda değer başarıya ulaştığı görülmüştür. Modelin yazılacak bir sonlu elemanlar programında denenmesi, çalışmanın bir sonraki aşaması olacaktır.

Anahtar Kelimeler: Sıvılaşma, Makine Öğrenmesi, LSTM, Zemin Dinamiği.

ABSTRACT

After the 1964 Niigata Earthquake, a considerable number of theoretical constitutive models have been developed for soil liquefaction, which became the focal point of research in soil dynamics. However, they either have a complicated theoretical background, or they are not valid for all soil types and loading conditions. The subject of this paper is to create a foundation for developing a new constitutive model based on machine learning and utilizing real experimental data to model liquefaction behavior. By subjecting the soil to cyclic loading in the laboratory, changes in pore water pressure and stress-strain behavior are measured. Thus, the behavior of the soil in stress cycles leading to liquefaction and the liquefaction cycle are determined. A total of 158 Dynamic Simple Shear Test (DSST) data were collected from four different sources. An artificial neural network model was created, taking initial relative density (D_r), loading cycle number (N), cyclic stress ratio (CSR), and vertical pressure (σ_v) as inputs, and predicting excess pore water pressure ratio (r_u). The model employs Long Short-Term Memory (LSTM) with windowed data and achieves notable success. Testing the model in a finite element program will be the next stage of this study.

Keywords: Liquefaction, Machine Learning, LSTM, Soil Dynamics.

¹ Yüksek lisans öğrencisi, İstanbul Teknik Üniversitesi, birinci17@itu.edu.tr (Sorumlu Yazar)

² Doçent Doktor, İstanbul Teknik Üniversitesi, mbulker@itu.edu.tr

³ Doçent Doktor, İstanbul Teknik Üniversitesi, tasking@itu.edu.tr

1. GİRİŞ

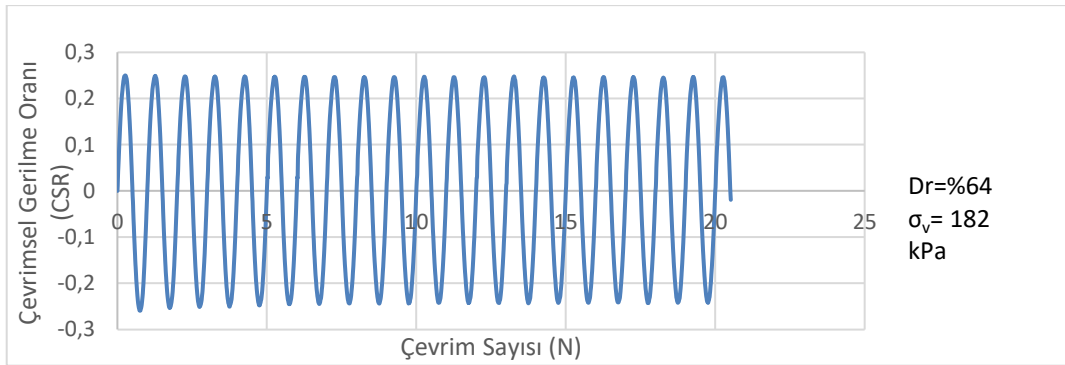
Sıvılaşma, suya doygun gevşek granüler zeminlerin tekrarlı yükleme sonucunda efektif gerilmesini ve sonucunda dayanımını kaybederek sıvı gibi davranması durumudur. Bunun sonucunda, üst yapıdan bağımsız olarak binalarda önemli hasarlar ve hatta göçmeler meydana geldiği bilinmektedir. Özellikle depremler sırasında yıkıcı etkisi daha belirgin görülen sıvılaşmanın tahmin edilebilmesi ve dolayısıyla önlem alınabilmesi amacıyla başta Dinamik Basit Kesme Deneyi (DBKD) ve Dinamik Üç Eksenli Deney (DÜED) olmak üzere çeşitli laboratuvar dinamik deneyleri yapılmaktadır. Deney sonuçları, zemin davranışını tahmin etmek için kullanılacak teorik modeller için temel oluşturmaktadır. Literatürde Plastisite Teorisi tabanlı birçok zemin modeli bulunmaktadır. Bunlara örnek olarak Genelleştirilmiş Plastisite Modeli, Pekleşen Zemin Modeli, Hipoplastisite Modelleri, Genişletilmiş Mohr Coulomb modelleri verilebilir. Ancak bu modeller oldukça fazla parametre, ön kabul ve kullanılabilirlik için de deneyim ve teorik bilgi gerektirmektedir. Tüm bunlar, teorik tabanlı bu modellerin uygulamada kullanımını zorlaştırmaktadır. Teorik modellere alternatif olarak doğrudan deney verilerinin kullanıldığı makine öğrenmesi modelleri geliştirilmiştir. Yapılan çalışmalar incelendiğinde, zeminlerin statik ve dinamik davranışlarının parametre bazında tahmini üzerine makine öğrenmesi ve derin öğrenme tabanlı hatırı sayılır miktarda çalışmanın yapıldığı görülmüştür. Çalışmaların büyük kısmında teorik tabanlı modellerden üretilen suni deney verilerinin kullanıldığı gözlenmiştir. Yapılan çalışmalara örnek olarak; Sidarta ve Ghaboussi (1998) sonlu elemanlar yöntemi ile suni üç eksenli deney verileri oluşturup bu verilerle makine öğrenmesi modeli oluşturmuştur. Model tahminleri gerçek üç eksenli deney sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Drakos (2008), zeminlerin gerilme-şekil değiştirme davranışını modellemek amacıyla hem statik hem dinamik yükleme durumları için Pekleşen Zemin Modeli ile suni veriler oluşturmuştur. Bu verileri kullanarak kurduğu modelin ara tahmin (interpolasyon) başarısının ileri tahmin (ekstrapolasyon) başarısından daha iyi olduğu sonucuna varılmıştır. Zhang vd. (2020), granüler zeminlerin dinamik yükleme sonucunda davranışını modellemek için LSTM tabanlı yapay sinir ağı modeli geliştirmiştir. Hem drenajlı hem drenajsız durum için, teorik modelleri kullanarak gerilme ve şekil değiştirme kontrollü suni veriler oluşturulmuştur. Bu verilerle eğitilen model deney verileri ile sınanmıştır. Zhang vd. (2021) kumların monotonik üç eksenli deney sonucunda davranışını modellemek için suni veriler kullanan bir model oluşturmuştur. Chen vd. (2021) Karlsruhe kumu üzerinde yapılmış gerçek üç eksenli deney verileri kullanarak yapay sinir ağı modeli oluşturup kumların monotonik ve dinamik yükleme davranışını modellemiştir. Qu vd. (2021) Ayrık Elemanlar Yöntemi (AEY) ile 220 üç eksenli deney verisi oluşturmuştur. Yinelemeli sinir ağları olan LSTM ve Geçitli Tekrarlayan Birim (GRU) bazlı modeller ile gerilme davranışı tahmin edilmiştir. Wu vd. (2022), AEY yardımıyla statik üç eksenli deney verileri oluşturup bunları çok katmanlı algılayıcı (MLP) ve LSTM bazlı modellerde kullanmıştır. Bünyesel davranışın tahmini için sadece ilk boşluk oranını kullanan bu çalışma gerçek deney verileriyle sınanmıştır. Choi ve Kumar (2022), artık boşluk suyu basıncı artış oranını, uygulanan kesme kuvveti ve zeminin görelî sıklığını kullanarak modellemeye çalışmıştır. 12 gerçek deney verisinin eğitim için, 3 gerçek deney verisinin test için kullanıldığı çalışma, bu çalışmayla benzer özellikler taşımaktadır. Ancak veri sayısının azlığı ve tek kaynaktan alınmış olması ile çalışmamızdan farklılık göstermektedir. Guan ve Yang (2022), kumların monotonik ve dinamik yükleme sonucu davranışını tahmin etmek üzere hem gerçek hem suni verileri kullanan yapay sinir ağı modelleri kurmuştur. Modeller geçici evrişimli sinir ağları (TCN) kullanan, LSTM kullanan ve bu iki modelin birleştirilmesiyle oluşan bir hibrit model olmak üzere üç tanedir. Hibrit modelin diğer iki modelden başarılı olduğu sonucuna varılmıştır.

Bahsedilen çalışmaların dışında, zeminin sıvılaşp sıvılaşmadığını ikili sınıflandırma problemine çeviren, zeminle ilgili belli bir parametreyi diğer parametreleri kullanarak bulmaya dayanan tekil tahmin problemleri gibi oldukça geniş kapsamda akademik çalışma vardır. Ancak, bizim problemimiz aslında bir dizi (sequence) problemidir ve zaman serisi tahminlerinde sıkça kullanılan yinelemeli sinir ağlarıyla, özellikle de LSTM yapay sinir ağıyla oluşturulmuş modeller çalışmamızın odak noktasıdır. Yapılan çalışmaların önemli kısmında suni verilerin kullanıldığı gözlemlenmiştir. Ek olarak, çalışmaların çoğunda bir zaman adımında tahmin edilmek istenen değer önceki zaman adımlarında ne olduğunun eğitim setinde kullanıldığı gözlemlenmiştir. Bu çalışmanın kapsamı ise sadece çevrim sayısı (N), çevrimsel gerilme oranı değişimi (CSR), rölatif sıklık (D_r) ve düşey basınç (σ_v) değerlerinin girdi olarak verilip; boşluk suyu basıncı artış oranı (r_u) değerinin ise çıktı olarak tahmin edildiği bir problemidir. Yani, r_u ile ilgili değerler eğitim setinde kullanılmamaktadır. Bunun sebebi, deneyin yapılmadan zaten bu değer bilinememesidir. Amacımız ise, zeminle ilgili sadece bahsettiğimiz girdi değerleri ile DBKD deneyinin bir sonucu olan r_u değerini tahmin etmektir. Bunu gerçekleştirmek amacıyla Wu (2002), Deniz (2021), Boulanger (1990) ve Miescke'nin (2020) yayınladığı dört farklı kaynaktan toplamda 158 DBKD verisi toplanmıştır. Veriler toplanırken doğrudan yayınlardan faydalanırken, bu yayınlardaki

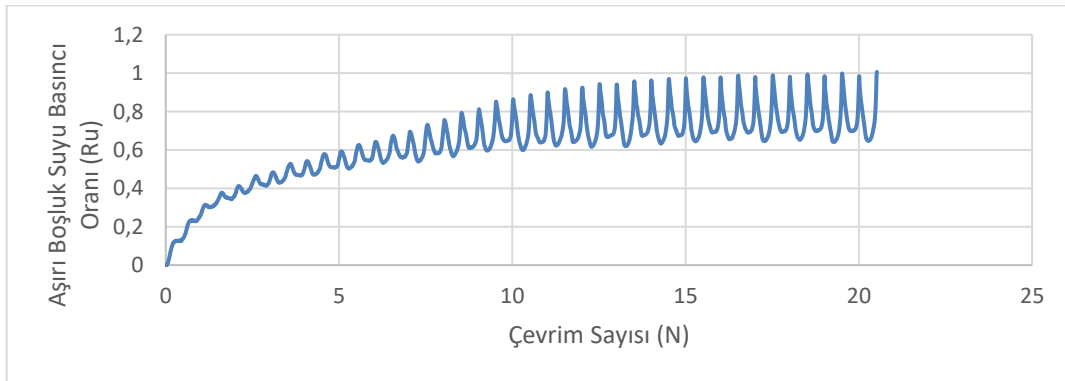
görsellerden dijitize etme yolu ile sayısalştırma aracılığıyla elde edilmiştir. Verilerin 126 tane olmak üzere %80'i eğitim seti, 32 tane olmak üzere %20'si test setine dahil edilmiştir. Eğitim setinin %20'si doğrulama için ayrılmıştır. Model eğitilirken, pencereleme (windowing) yöntemi ile deney verileri belli uzunlukta parçalara ayrılmıştır. Zaman serisi problemlerinde sık kullanılan bu yöntemle uzun zaman serileri modelin verileri daha kolay işleyip öğreneceği hale getirilerek model performansı artırılmaktadır. Giriş katmanı, iki adet gizli katman ve çıkış katmanından oluşan modelin test seti üzerinde oldukça başarılı olduğu gözlenmiştir. İlerisi için, nitelikli veri toplayıp modelin tahmin başarısının artırılması hedeflenmektedir.

2. VERİ TOPLAMA

Makine öğrenmesi modellerinin başarılı ve verimli çalışması için en önemli unsurlardan birisi modelde kullanılan verinin niteliğidir. Çözülmesi hedeflenen problem ile ilgili çok az sayıda verinin bulunması modelin öğrenememesine, çok düzensiz ve hatalı verilerin kullanılması modelin yanlış tahminler yapmasına neden olmaktadır. Bu sebeple problem tanımlanıp mümkün olduğunca fazla miktarda nitelikli, problemi kapsayıcı veri elde edilmelidir. İlgilenilen problem sıvılaştırılabilen tam doygun zeminlerin gerilme-kontrollü dinamik basit kesme deneyi ile değişen boşluk suyu basıncı artışı oranlarının tahmin edilmesidir. Sıvılaştırılabilen zeminlere belli oranda ince daneli zemin içeren granüler malzemeler dahil olsa da, bu çalışmada sadece temiz kumlar kullanılmıştır. Wu, (2002)'nin Monterey kumu üzerinde yaptığı, D_r değeri %31 ile %87 arasında, σ_v değeri 32-182 kPa arasında, N değeri 4-177 arasında değişen deneylerden 75 adet; Deniz, (2021)'in Şile kumu üzerinde yaptığı, D_r değeri %31 ile %54 arasında değişen, σ_v değeri 100 kPa, N değeri 4-167 arasında değişen deneylerden 24 adet; Boulanger, (1990)'ın Sacramento Nehiri kumu üzerinde yaptığı, D_r değeri %34 ile %56 arasında değişen, σ_v değeri 207 kPa, N değeri 5-63 arasında değişen deneylerden 33 adet; Miescke, (2020)'nin Monterey kumu ve Ottawa kumu üzerinde yaptığı, D_r değeri %39 ile %41 arasında, σ_v değeri 100-300 kPa arasında, N değeri 2-156 arasında değişen deneylerden 26 adet toplanmıştır. Farklı tipte kum örneklerinin kullanılması ve yapılan deneylerdeki CSR oranı, rölatif sıklık ve düşey basınç değerlerinin oldukça geniş bir aralıkta olması sebebiyle makine öğrenmesi için uygun veriye ulaşıldığı söylenebilir. Veriler toplanırken grafikler dijital ortamda çeşitli yazılımlarla sayısalştırılmıştır. Şekil 1'de gerilme kontrollü DBKD deneyinin tipik bir girdisi, Şekil 2'de ise deneyin tipik bir çıktısı görülmektedir.



Şekil 1. Çevrim Sayısı-Çevrimsel Gerilme Oranı (CSR) Değişimi

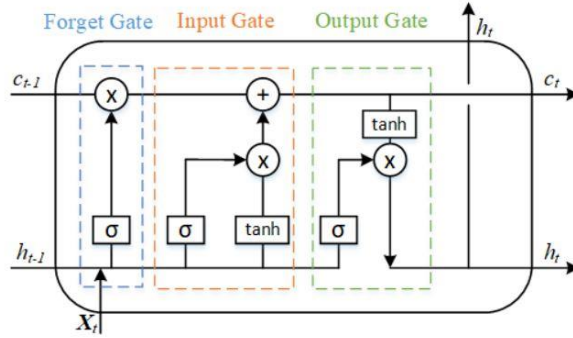


Şekil 2. Çevrim Sayısı-Aşırı Boşluk Suyu Basıncı (r_u) Değişimi

3. YAPAY SİNİR AĞI MODELİ

3.1. Uzun Kısa Süreli Bellek (LSTM)

Dinamik basit kesme deneyi ile zemin numunesinde meydana gelen boşluk suyu basıncı artışının tahmin edilmesi problemi, zaman serisi tahmin problemidir. Böyle problemlerde geçmiş zaman adımları gelecek zaman adımını etkiler. Her ne kadar zaman serisi problemleri uygun şekilde ifade edildiğinde klasik makine öğrenmesi algoritmaları ile tahmin edilebilse de veri içerisindeki zamansal etkiyi yeterince ifade edemediklerinden, düşük performansta tahmin yapabilmektedirler. Bu nedenle, içerisinde zamansal etkiyi modellemeyi hedefleyen yinelemeli sinir ağları (RNN) modelleri bu problem tipinde özellikle daha başarılıdır. Bu tip sinir ağları özellikle uzun zaman serilerinde önceki adımlar arasındaki ilişkiyi hafızaları sayesinde tutar ve önceki bu adımların sonraki adımları etkilemesi ilkesiyle çalışmaktadır. Klasik RNN, GRU ve LSTM, en yaygın yinelemeli sinir ağlarıdır. Bu sinir ağlarından, LSTM, uzun zaman serilerinin hatırlanmasında oldukça etkili olan ve ilk ortaya çıktığı 1997 yılından beri başarısı kanıtlanmış yöntemlerden biridir. Bu çalışmada, LSTM modelinin işleyeceği verileri, (numune sayısı, zaman adımı sayısı, girdi öznitelikleri) olmak üzere 3 boyutlu matris şeklinde ifade edilmektedir. Şekil 3’de, LSTM sinir ağı mimarisi görülmektedir. LSTM mimarisi ile ilgili daha detaylı bilgiye Hochreiter ve Schmidhuber, (1997) çalışmalarından erişilebilir.



Şekil 3. LSTM Sinir Ağı Mimarisi (Mittendorf vd., 2022)

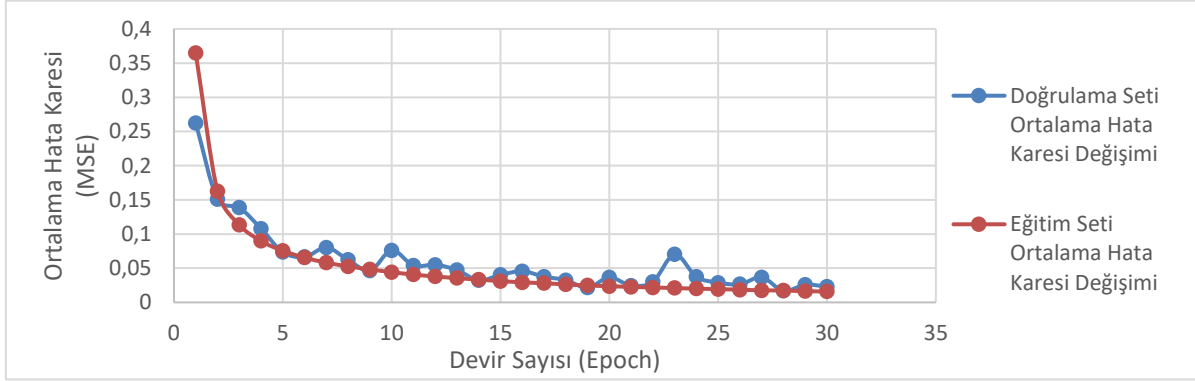
3.2. Pencereleme Yöntemi

Zaman serileri genellikle LSTM tabanlı yapay sinir ağlarına bir bütün halinde verilmez. Bunun sebebi, serinin uzunluğu arttıkça örüntülerin hatırlanması ve anlaşılmasının zorluğudur. Bu çalışmada, bunu aşmak için, pencereleme (windowing) yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemin temel prensibi, bir zaman serisinin eşit uzunlukta daha küçük parçalara ayrılması ve modelin eğitiminde bu parçaların kullanılmasıdır. Örneğin bir adet 100 adım ve 4 öznitelik içeren bir zaman serisi, $(1 \times 100 \times 4)$ matrisi ile ifade edilmektedir. Pencereleme yönteminin uygulanmasının ardından, 5 adımlı bir zaman serisi, 1 zaman adımı ilerletildiğinde yeni matrisin boyutu $(96 \times 5 \times 4)$ biçiminde olmaktadır. Bu sayede ilgili zaman serisi daha küçük uzunlukta parçalara ayrıştırılabilir ve modelin global ve lokal değişimleri daha iyi saptaması sağlanabilir.

3.3. Model Mimarisi

Bu çalışmada, model, *Python* yazılım dilinde, *Keras* kütüphanesi kullanılarak oluşturulmuştur. Giriş katmanından sonra, ard arda iki LSTM katmanı sonrası çıkış katmanı tanımlanmıştır. Her bir girdi verisi 25 adımlık parçalara ayrılmıştır. Pencereleme işlemi yapılırken, her parça deney verisi üzerinde bir adım ilerleyerek oluşturulmuştur. Çıktı verisi ise, 25 adımlık girdi verisinin etkilediği bir sonraki zaman adımı için seçilmiş, tek bir değerdir. Dört adet öznitelik ve 25 adımdan oluşan girdi verileri, 64 birimlik, diziyi aynı sayıda zaman adımı ile geri döndüren ilk LSTM katmanından geçer. Modelin kayıp fonksiyonu olarak karesel ortalama hata (mean squared error-MSE) kullanılmıştır. Şekil 4’de, eğitim sürecinde kayıp fonksiyonunun eğitim setindeki ve doğrulama setindeki performans değerleri görülmektedir. Eğitim başarısı ile doğrulama başarısının arasındaki fark, modelin yaptığı ezber (overfitting) miktarını göstermektedir. Buna göre, eğitim başarısı ile doğrulama başarısı aynı oranda artıyorsa model hedeflediği gibi öğrenme işlemi doğru bir biçimde yapılıyor demektir. Genellikle, eğitim ve doğrulama başarısının birbirine en yakın olduğu, kayıp fonksiyonunun

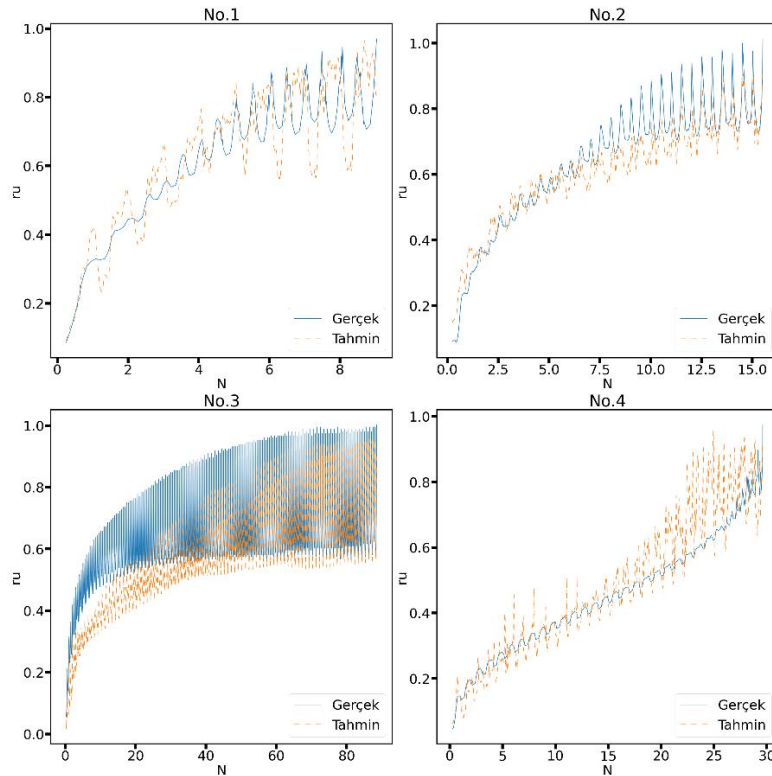
değişmediği devir sayısında model durdurulur ve modelin performansı test veri seti ile sınanır. Modelin kayıp fonksiyonları incelendiğinde, öğrenme ve genelleme başarısında başarılı olduğu görülmektedir. Şekil 5'te test veri seti içindeki 4 deneyin tahmin sonuçları görsel üzerinde incelenebilir. Bu deneylerdeki başarı oranı ve zemin özellikleri Tablo 1'de verilmiştir. Farklı girdi değerlerine sahip zeminler üzerinde başarılı tahmin yapıldığı görülmektedir.



Şekil 4. Modelin Kayıp Fonksiyonu Değişimi

Tablo 1. Test Seti Örnek Başarı Oranları ve Zemin Özellikleri

| Test Verisi No. | Rölatif Sıklık (Dr, %) | Düşey Basınç (σ_v , kPa) | Çevrimsel Gerilme Oranı (CSR) | Karesel Ortalama Hata (MSE) | Ortalama Mutlak Hata (MAE) | R-kare |
|-----------------|------------------------|----------------------------------|-------------------------------|-----------------------------|----------------------------|--------|
| 1 | 53.4 | 206.84 | 0.18 | 0.008 | 0.072 | 0.784 |
| 2 | 54.0 | 180 | 0.20 | 0.004 | 0.050 | 0.882 |
| 3 | 74.0 | 40 | 0.38 | 0.010 | 0.077 | 0.356 |
| 4 | 35.0 | 206.84 | 0.12 | 0.006 | 0.055 | 0.786 |



Şekil 5. Test Seti Örnek Sonuçlar

4. SONUÇLAR

Bu çalışmada, temiz kumlar üzerinde yapılan Dinamik Basit Kesme Deneyi (DBKD) sonucunda oluşan artık boşluk suyu basıncı artışı oranının LSTM yapay sinir ağı modeli ile tahmin edilmesi hedeflenmiştir. Literatürdeki çoğunluğu suni veriler üzerinde yapılan makine öğrenmesi modellerinden ve teorik modellerden farklı olarak bu çalışmada gerçek deney verileri kullanılmıştır. Çevrim sayısı (N), çevrimsel gerilme oranı değişimi (CSR), rölatif sıklık (D_r) ve düşey basınç (σ_v) değerleri girdi olarak kullanılıp, boşluk suyu basıncı oranının (r_u) zamanla değişimi tahmin edilmiştir. Eğitilen modelin farklı zemin parametrelerine sahip örnekler üzerindeki başarısı test edilmiş, kayda değer başarı elde edilmiştir. Nitelikli yeni veriler ve modelde kullanılan hiperparametrelerin optimizasyonu ile model performansının artırılması hedeflenmektedir.

TEŞEKKÜR

Bu çalışma TÜBİTAK 1001 “Deprem” çağrısı kapsamında 121M736 nolu proje ile desteklenmiştir. Yazarlar TÜBİTAK’a teşekkürü bir borç bilir.

KAYNAKLAR

- Boulanger R. W. (1990), “Liquefaction Behavior Of Saturated Cohesionless Soils Subjected To Uni-Directional And Bi-Directional Static And Cyclic Simple Shear Stresses”, Doktora Tezi, Kaliforniya Üniversitesi (Berkeley).
- Chen, W., Peña Olarte, A. A. ve Cudmani, R. (2021), “Modelling The Monotonic And Cyclic Behaviour Of Sands Using Artificial Neural Networks”, EPJ Web of Conferences, Vol 249, 11015. <https://doi.org/10.1051/epjconf/202124911015>
- Choi, Y. ve Kumar, K. (2022), “A Machine Learning Approach To Predicting Pore Pressure Response In Liquefiable Sands Under Cyclic Loading”, doi:10.48550/arXiv.2206.07780.
- Deniz, O. (2021), “Development Of Liquefaction Resistance Curves Of Partially Saturated Sands”, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi.
- Drakos, S. (2008), “Applications Of Artificial Intelligence In Constitutive Modelling Of Soils”, Yüksek Lisans Tezi, Swansea Üniversitesi.
- Guan, Q.Z. ve Yang, Z.X. (2022), “Hybrid Deep Learning Model For Prediction Of Monotonic And Cyclic Responses Of Sand”, Acta Geotechnica, doi:10.1007/s11440-022-01656-9.
- Hochreiter, S., Schmidhuber, J. (1997), “Long Short-Term Memory”, Neural Computation, Vol 9(8), 1735–80.
- Miescke, F.M. (2020), “Quality Control Measures For Cyclic Simple Shear Tests On Sand”, Yüksek Lisans Tezi, Rhode Island Üniversitesi.
- Mittendorf, M., Nielsen, U. ve Bingham, H. (2022), “The Prediction of Sea State Parameters by Deep Learning Techniques using Ship Motion Data”, 7th World Maritime Technology Conference (WMTC'22), Kopenhag.
- Qu, T., Di, S., Feng, Y., Wang, M., Zhao, T. ve Wang, M. (2021), “Deep Learning Predicts Stress–Strain Relations of Granular Materials Based on Triaxial Testing Data”, Computer Modeling in Engineering and Sciences, Vol 128, 129-144.
- Sidarta, D. E., Ghaboussi, J. (1998), “Constitutive Modeling Of Geomaterials From Non-Uniform Material Tests”, Computers and Geotechnics, Vol 22(1), 53-71.
- Wu, J. (2002), “Liquefaction Triggering And Post -Liquefaction Deformation Of Monterey 0/30 Sand Under Unidirectional Cyclic Simple Shear Loading”, Doktora Tezi, Kaliforniya Üniversitesi (Berkeley), ProQuest Dissertations and Theses Global.
- Wu, M., Xia, Z. ve Wang, J. (2022), “Constitutive Modelling Of Idealised Granular Materials Using Machine Learning Method”, Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering, doi:10.1016/j.jrmge.2022.08.002.
- Zhang, P., Yin, Z., Jin, Y. ve Liu, X. (2021), “Modelling The Mechanical Behaviour Of Soils Using Machine Learning Algorithms With Explicit Formulations”, Acta Geotechnica, Vol 17(4), 1403-1422, <https://doi.org/10.1007/s11440-021-01170-4>
- Zhang, P., Yin, Z., Jin, Y. ve Ye, G. (2020), “An AI-Based Model For Describing Cyclic Characteristics Of Granular Materials”, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, doi:10.1002/nag.3063